

Πατήστε στο σύνδεσμο για να μεταβείτε στο κριτήριο:



<https://forms.gle/iSjvzP8sco7HAdNr7>

Στις επόμενες σελίδες οι λύσεις



$$1. \eta\mu x = -1 \Leftrightarrow \eta\mu x = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 2\kappa\pi + \left(-\frac{\pi}{2}\right) \\ \text{ή} \\ x = 2\kappa\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{2}\right) \end{array} \right., \kappa \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}. \text{ Η πρόταση είναι σωστή.}$$

$$2. \sigma\upsilon\nu x = -1 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\pi \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi \pm \pi, \kappa \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = 2\rho\pi + \pi = (2\rho + 1)\pi, \rho \in \mathbb{Z}$$

Η πρόταση είναι σωστή.

$$3. \sigma\upsilon\nu x = 0 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \lambda\pi + \frac{\pi}{2}, \lambda \in \mathbb{Z}.$$

Η πρόταση είναι λάθος.

$$4. \eta\mu x = 0 \Leftrightarrow \eta\mu x = \eta\mu 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2\kappa\pi \\ \text{ή} \\ x = 2\kappa\pi + \pi \end{array} \right., \kappa \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \lambda\pi, \lambda \in \mathbb{Z}.$$

Η πρόταση είναι σωστή.

$$5. \eta\mu x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \eta\mu x = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \text{ή} \\ x = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \end{array} \right., \kappa \in \mathbb{Z}.$$

Η πρόταση είναι λάθος.

$$6. \epsilon\phi x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \epsilon\phi x = \epsilon\phi\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \kappa\pi + \frac{\pi}{3}, \kappa \in \mathbb{Z}. \text{ Η πρόταση είναι λάθος.}$$

$$7. \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = -\sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \sin x = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right)^{x \in [0, 2\pi]} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} \text{ ή } x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}. \text{ Η πρόταση είναι λάθος.}$$

$$8. \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = -\sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \sin x = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}. \text{ Σωστή απάντηση η Γ.}$$

$$9. \eta\mu \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \eta\mu \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \left(x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + x + \frac{\pi}{4} \text{ ή } x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi - \left(x + \frac{\pi}{4} \right), k \in \mathbb{Z} \right) \Leftrightarrow \left(-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = 2k\pi \text{ ή } x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi - x - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right) \Leftrightarrow \left(-\frac{7\pi}{12} = 2k\pi \text{ ή } 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right) \Leftrightarrow \left(k = -\frac{7}{24} \text{ αδύνατο ή } 2x = 2k\pi + \frac{13\pi}{12}, k \in \mathbb{Z} \right) \Leftrightarrow x = k\pi + \frac{13\pi}{24}, k \in \mathbb{Z}. \text{ Σωστή απάντηση η Β.}$$

$$10. \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi \pm \left(x - \frac{\pi}{3} \right), k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \left(x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + x - \frac{\pi}{3} \text{ ή } x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi - x + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right) \Leftrightarrow \left(2k\pi = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \text{ αδύνατο γιατί } k \in \mathbb{Z} \text{ ή } x + x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right) \Leftrightarrow \left(2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right) \Leftrightarrow \left(x = k\pi + \frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z} \right). \text{ Σωστή απάντηση η Ε.}$$

$$11. \varepsilon\varphi\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \varepsilon\varphi 2x \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \kappa\pi + 2x, \kappa \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow -\kappa\pi + \frac{\pi}{6} = 2x - x, \kappa \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$x = \lambda\pi + \frac{\pi}{6}, \lambda \in \mathbb{Z}. \text{ Σωστή απάντηση η Δ.}$$

$$12. \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\eta\mu\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \eta\mu\left(-x - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow$$

$$\left(x - \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi - x - \frac{\pi}{4} \text{ ή } x - \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi - \left(-x - \frac{\pi}{4}\right), \kappa \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow$$

$$\left(2x = 2\kappa\pi - \frac{3}{4}\pi + \frac{2}{6}\pi \text{ ή } \cancel{x} - \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \cancel{x} + \frac{\pi}{4} \text{ αδύνατη γιατί } \kappa \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow$$

$$2x = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{12}, \kappa \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \kappa\pi - \frac{\pi}{24}, \kappa \in \mathbb{Z}. \text{ Σωστή απάντηση η Α.}$$

$$13. \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sigma\upsilon\nu\left[\pi - \left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right] \Leftrightarrow$$

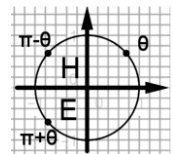
$$\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\pi - x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) \Leftrightarrow$$

$$x - \frac{\pi}{3} = 2\kappa\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3} - x\right), \kappa \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\left(x - \frac{\pi}{3} = 2\kappa\pi + \frac{2\pi}{3} - x \text{ ή } x - \frac{\pi}{3} = 2\kappa\pi - \frac{2\pi}{3} + x, \kappa \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow$$

$$\left(2x = 2\kappa\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \text{ ή } 2\kappa\pi = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}, \kappa \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow$$

$$\left(x = \kappa\pi + \frac{\pi}{2} \text{ ή } \kappa = \frac{1}{6} \text{ αδύνατο γιατί } \kappa \notin \mathbb{Z}\right). \text{ Σωστή απάντηση η Β.}$$



$$14. \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = -\eta\mu x \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \eta\mu(-x) \Leftrightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - (-x)\right) \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{\pi}{4} - x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Leftrightarrow -2k\pi + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = 2x \Leftrightarrow 2x = \lambda\pi - \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \lambda \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, \lambda \in \mathbb{Z} \right)$$

ή

$$\left(\frac{\pi}{4} - x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = 2k\pi \Leftrightarrow 2k\pi = \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow k = \frac{3}{8} \text{ αδύνατο γιατί } k \notin \mathbb{Z} \right)$$

Σωστή απάντηση η Γ.

15.

Αν θέσουμε συν $x = t$, η εξίσωση γράφεται:

$$2t^2 + 3t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-3 \pm 5}{4} \Leftrightarrow t = -2 \quad \text{ή} \quad t = \frac{1}{2}$$

Επομένως:

• Για $t = -2$ έχουμε:

συν $x = 2$ αδύνατο, αφού $-1 \leq \text{συν} x \leq 1$.

• Για $t = \frac{1}{2}$ έχουμε:

$$\text{συν} x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \text{συν} x = \text{συν} \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Άρα οι λύσεις της εξίσωσης δίνονται από τους τύπους:

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad \text{ή} \quad x = 2k\pi - \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Σωστή απάντηση η Δ.

16.

Η εφ x και η σφ $2x$ έχουν νόημα εφόσον:

$$\text{συν} x \neq 0 \quad \text{και} \quad \eta\mu 2x \neq 0 \quad (1)$$

Με αυτούς τους περιορισμούς, έχουμε:

$$\text{εφ} x \cdot \sigma\phi 2x = 1 \Leftrightarrow \sigma\phi 2x = \frac{1}{\text{εφ} x} \Leftrightarrow \sigma\phi 2x = \sigma\phi x$$

$$\Leftrightarrow 2x = k\pi + x, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Από τις λύσεις αυτές καμία δεν ικανοποιεί τον περιορισμό $\eta\mu 2x \neq 0$. Άρα η εξίσωση είναι αδύνατη.

Σωστή απάντηση η Γ.